

Eurocodice 2: impostazione generale e confronto con la normativa italiana

Prof. Ing. Aurelio Ghersi

DICA
Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale
Facoltà di Ingegneria di Catania

Per comunicazioni

e-mail: università **aghersi@dica.unict.it**
 personale **aghersi@katamail.com**

Sito web della sezione Ingegneria strutturale del DICA:

www.dica.unict.it/users/wwwisc

vedere: software
 corsi → corso di Tecnica delle costruzioni per Ingegneria civile
 → laboratorio di Costruzioni II per Architettura

Siti web in cui è disponibile la normativa:

www.pittini.it/ferriere/leggidecreti (come pagine web)
 legge 1086; i tre D.M. del 1/96; le relative circolari

**www.dica.unict.it/users/aghersi/
Normativa_Italiana/Normativa_Italiana.htm** (come file per Word)

www.welcome.to/eurocodice (come file per Word)
 Eurocodice 2

Normativa italiana:

- consente verifiche
- col metodo delle tensioni ammissibili
- col metodo degli stati limite

Normativa europea:

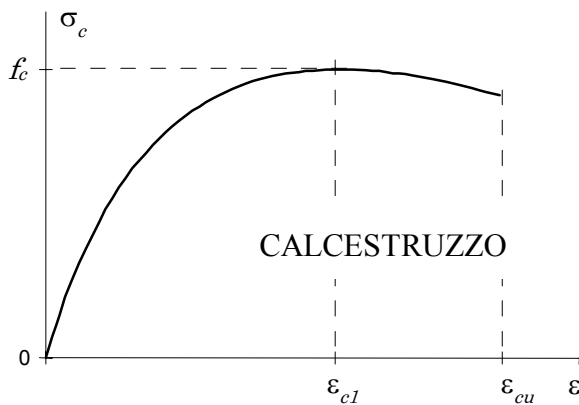
- consente verifiche
- col metodo degli stati limite

La vera differenza è nel diverso approccio del metodo degli stati limite rispetto a quello delle tensioni ammissibili

Per coglierla occorre esaminare:

- materiali (leggi costitutive, valori limite)
- carichi (valori nominali e “massimi”)
- coefficienti di sicurezza

Materiali



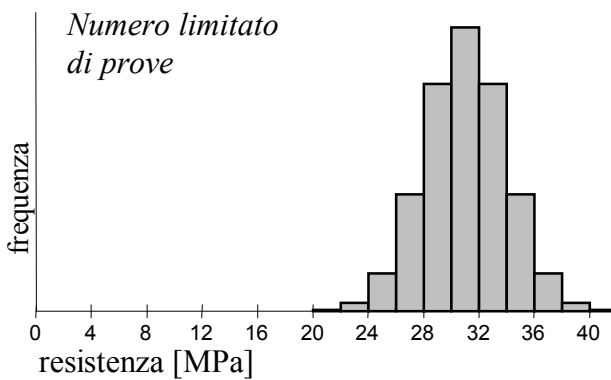
Quale valore della tensione di rottura f_c ?

Un valore che sia garantito “quasi sempre”

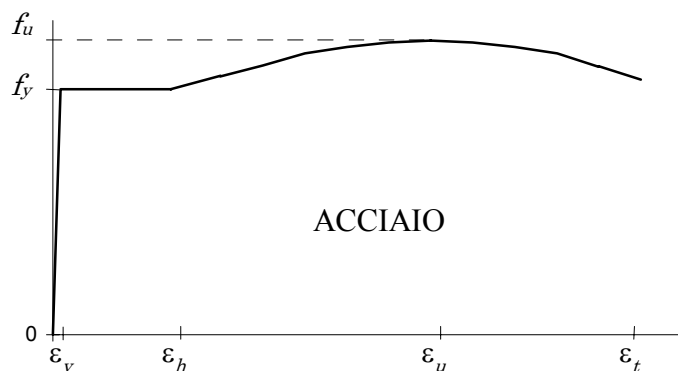
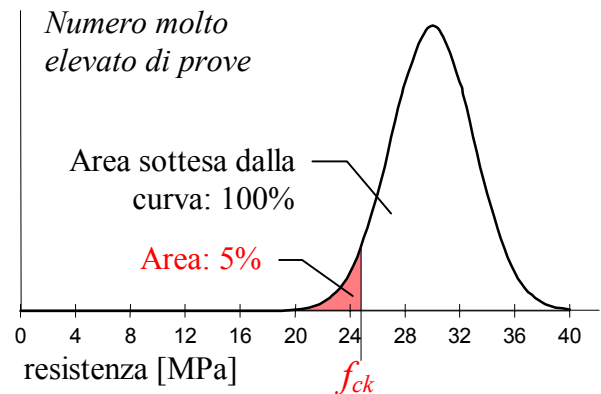
Valore caratteristico f_{ck} :

frattile 5% della distribuzione delle resistenze (la resistenza sarà minore solo nel 5% dei casi)

distribuzione di frequenza



densità di probabilità



Quale valore della tensione di snervamento f_y ?

Un valore che sia garantito “quasi sempre”

Valore caratteristico f_{yk} :

frattile 5% della distribuzione delle resistenze

Carichi

Valori nominali:

peso di elementi di dimensioni e caratteristiche ben definite

esempi: soletta in c.a. di spessore 4 cm;
pavimento in gres di spessore 1.2 cm

Valori “massimi”:

esempio: carico variabile in una abitazione

In realtà anche per i carichi la valutazione ha un significato probabilistico.

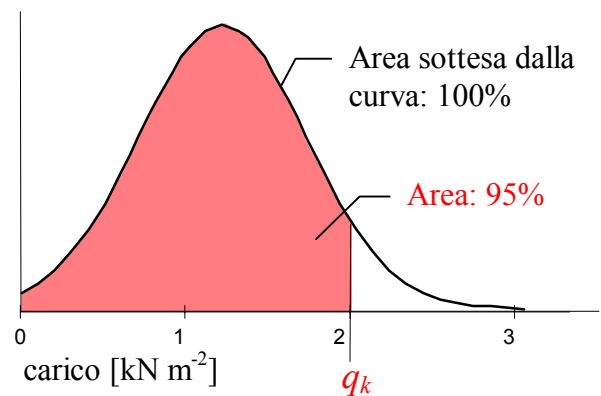
Quelli che indichiamo come valore “massimo” del carico andrebbe piuttosto definito come valore caratteristico del carico q_k :

frattile 95% della distribuzione delle resistenze (il carico sarà minore nel 95% dei casi)

Siamo sicuri che verranno realizzati esattamente come previsto?

Siamo sicuri che non saranno mai superati?

densità di probabilità



Coefficienti di sicurezza

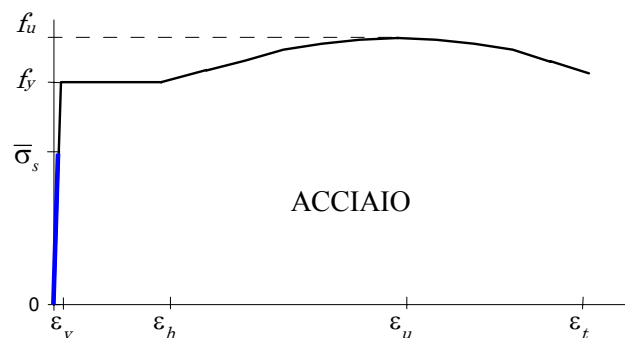
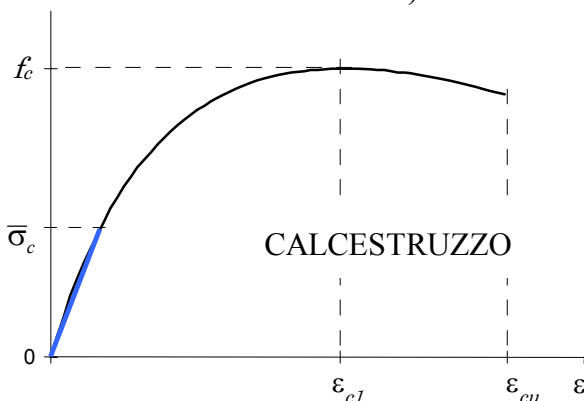
Come applicarli?

È in questo che si differenziano i vari metodi

Metodo delle tensioni ammissibili

Materiali: considera ammissibili valori molto minori di quelli ultimi (applica quindi forti coefficienti di sicurezza alle resistenze)

Carichi: usa i valori caratteristici (senza applicare un ulteriore coefficiente di sicurezza ai carichi)



Nell'ambito delle tensioni ammissibili il diagramma σ - ϵ è praticamente lineare

Calcolo a rottura

Oggi: non utilizzato per le strutture; utilizzato per le fondazioni

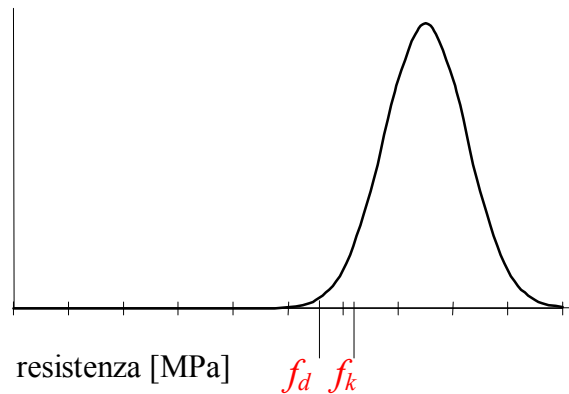
Materiali: considera l'effettiva capacità resistente, col reale diagramma σ - ε (senza applicare un ulteriore coefficiente di sicurezza alle resistenze)

Carichi: il carico che porta a collasso la struttura deve essere molto maggiore dei valori caratteristici (applica quindi forti coefficienti di sicurezza ai carichi)

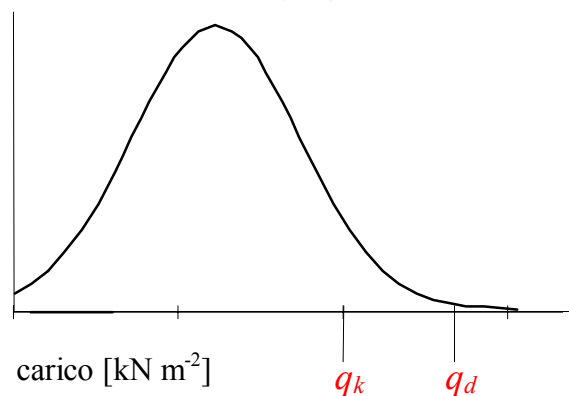
Metodo degli stati limite

verifiche allo stato limite ultimo

Materiali: considera come limite valori corrispondenti a un frattile più basso (0.5%?) cioè un po' minori di quelli caratteristici (applica quindi un coefficiente di sicurezza alle resistenze)

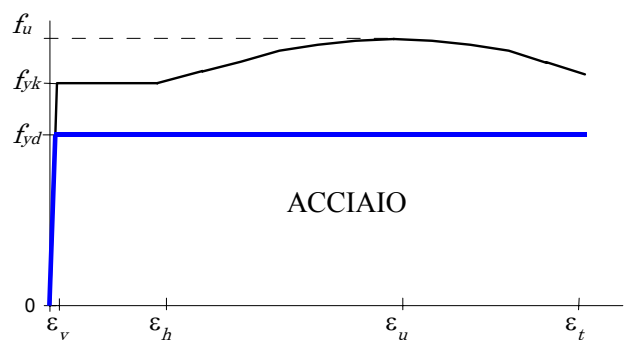
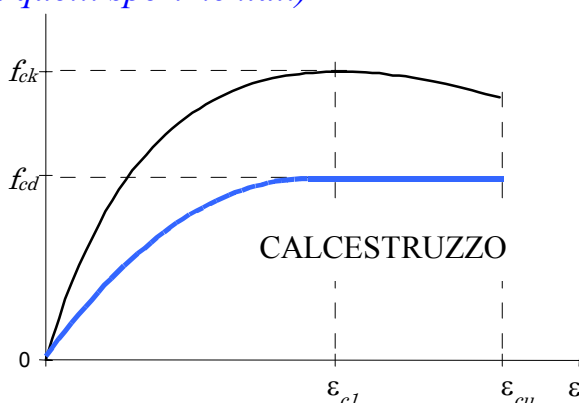


Carichi: usa valori corrispondenti a un frattile più alto (99.5%?) cioè maggiori dei valori caratteristici (applica quindi un coefficiente di sicurezza ai carichi)



Studi probabilistici hanno dimostrato che il riferimento a frattili così bassi per la resistenza e così alti per il carico garantisce una bassissima probabilità di collasso

I diagrammi σ - ε dei materiali devono essere non lineari (anche se semplificati rispetto a quelli sperimentali)



Eurocodice 2 - ENV 1992-1-1 Progettazione delle strutture di calcestruzzo
 Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici

pubblicato dall'UNI, contiene anche i valori dei coefficienti modificati dal documento di applicazione nazionale (NAD) italiano; contiene però anche alcune parti che sono state integralmente sostituite dal NAD

Documento di applicazione nazionale D.M. 9/1/96, Norme tecniche per il calcolo ...
 Parte I, Sezione III

pubblicato sul supplemento ordinario alla Gazzetta Ufficiale del 5/2/96, impone le prescrizioni sostitutive, integrative o soppressive che devono essere seguite nell'uso dell'Eurocodice 2

Organizzazione dell'Eurocodice 2, parte 1-1

1. Introduzione

indicazioni generali e definizione dei termini e dei simboli utilizzati

2. Basi del progetto

definizione degli stati limite (ultimi e di esercizio); coefficienti amplificativi e riduttivi per le azioni e per le proprietà dei materiali; indicazioni sulla schematizzazione della struttura, sui metodi di calcolo da usare, sulla determinazione degli effetti della precompressione

3. Proprietà dei materiali

indicazioni relative a calcestruzzo, acciai per armature, acciai per precompressione, dispositivi di precompressione; l'intero capitolo è sostituito dai punti 2.1, 2.2, 2.3 e 4.3.4.1 del D.M. 9/1/96

4. Progetto delle sezioni e degli elementi

requisiti di durabilità (copriferro, classi di esposizione); dati di progetto per le caratteristiche dei materiali; prescrizioni relative agli stati limite ultimi (flessione e forza assiale, taglio, torsione, punzonamento, instabilità) e stati limite di esercizio (limitazione delle tensioni, fessurazione, deformazione)

5. Prescrizioni costruttive

indicazioni sull'ancoraggio delle barre; limiti per le armature degli elementi strutturali

6. Esecuzione e qualità dell'esecuzione

7. Controllo di qualità

Appendice 1: Disposizioni supplementari per la determinazione degli effetti delle deformazioni del calcestruzzo dipendenti dal tempo

Appendice 2: Analisi non lineare

Appendice 3: Informazioni supplementari sugli stati limite ultimi indotti da deformazioni strutturali

Appendice 4: Verifica delle inflessioni mediante calcolo

Stati limite	stati al di là dei quali la struttura non soddisfa più le esigenze di comportamento per le quali è stata progettata
Stati limite ultimi	<p>associati al collasso o ad altre forme di cedimento strutturale che possono mettere in pericolo la sicurezza delle persone</p> <ul style="list-style-type: none"> – collasso – perdita di equilibrio – dissesto per deformazione eccessiva
Stati limite di esercizio	<p>stati al di là dei quali non risultano più soddisfatti i requisiti di esercizio prescritti</p> <ul style="list-style-type: none"> – deformazioni che nuocciono all'aspetto, modificano la possibilità d'uso, danneggiano gli elementi non strutturali – vibrazioni che causano disturbo o danno – fessurazione del calcestruzzo che può influire negativamente sull'aspetto, sulla durabilità o sulla impermeabilità all'acqua – danneggiamento del calcestruzzo in presenza di compressione eccessiva, che può portare a perdita di durabilità

Verifiche agli stati limite ultimi

- occorre tenere conto della non linearità del legame costitutivo σ - ε del materiale
- anche se teoricamente sarebbe possibile valutare il rischio di collasso in maniera probabilistica, in pratica lo si fa in maniera semi-probabilistica, controllando che l'effetto di un carico che abbia probabilità estremamente ridotta di essere superato (e quindi adeguatamente più grande del valore caratteristico) non mandi in crisi la struttura anche se la resistenza del materiale assume un valore al di sotto del quale è estremamente ridotta la probabilità di scendere (e quindi adeguatamente più piccolo del valore caratteristico)

valore di calcolo delle azioni: è ottenuto moltiplicando il valore caratteristico F_k per il coefficiente parziale γ_F : $F_d = \gamma_F F_k$

valore di calcolo della proprietà: è ottenuto dividendo il valore caratteristico f_k , per il coefficiente parziale γ_M : $f_d = f_k / \gamma_M$

Verifiche agli stati limite di esercizio

si riferiscono a situazioni più comuni, con valori del carico e delle sollecitazioni ben lontani da quelli ultimi

- si assume che il legame costitutivo σ - ε del materiale sia lineare
- si definiscono diverse combinazioni di azioni (rara, frequente, quasi permanente) che corrispondono a carichi con probabilità di occorrenza via via maggiore (e quindi di entità via via più bassa)

Azioni e loro valore di calcolo

Vengono prese in esame in maniera dettagliata al punto 2.2.2 dell'Eurocodice 2 (ed anche nella parte generale del D.M. 9/1/96)

Le azioni vengono distinte principalmente secondo la loro variazione nel tempo:

azioni permanenti	G	peso proprio, carichi fissi
azioni variabili	Q	carichi variabili di esercizio, carichi di vento o di neve
azioni eccezionali	A	esplosioni, urto di veicoli

È un'azione permanente, ma viene trattata separatamente per ragioni pratiche:

precompressione	P
-----------------	-----

Le azioni possono però essere distinte anche in base alla loro variazione nello spazio:

azioni fisse	se sono applicate in una posizione ben definita (per esempio il peso proprio)
azioni libere	se possono essere applicate in posti diversi, dando luogo a diverse disposizioni di carico (carichi mobili)

Si indica col pedice k il valore caratteristico delle azioni G_k Q_k A_k P_k che viene definito in genere dalle norme.

Valori rappresentativi delle azioni variabili

oltre al valore caratteristico si considerano altri valori, corrispondenti ad una probabilità di superamento via via maggiore:

valore di combinazione	$\psi_0 Q_k$
valore frequente	$\psi_1 Q_k$
valore quasi permanente	$\psi_2 Q_k$

I coefficienti ψ sono definiti dalle norme; in particolare il D.M. 9/1/96 prescrive:

	ψ_0	ψ_1	ψ_2
carichi variabili per abitazioni	0.7	0.5	0.2
per uffici, negozi, scuole	0.7	0.6	0.3
per autorimesse	0.7	0.7	0.6
carichi da vento e neve	0.7	0.2	0

Valori di calcolo delle azioni per verifiche agli stati limite ultimi

Il valore di calcolo del carico è ottenuto amplificando il valore caratteristico mediante il coefficiente γ_F . In presenza di più carichi variabili indipendenti occorre sceglierne uno come principale e ridurre gli altri prendendone il valore di combinazione.

$$F_d = \gamma_G G_k + \gamma_P P_k + \gamma_Q Q_{k1} + \gamma_Q \sum_{i=2}^n \psi_{0i} Q_{ki}$$

La norma italiana prescrive i seguenti valori:

$$\begin{aligned} \gamma_G &= 1.4 && (1.0 \text{ se il suo contributo aumenta la sicurezza}) \\ \gamma_P &= 0.9 && (1.2 \text{ se il suo contributo diminuisce la sicurezza}) \\ \gamma_Q &= 1.5 && (0 \text{ se il suo contributo aumenta la sicurezza}) \end{aligned}$$

Valori caratteristici delle azioni permanenti [EC2, punto 2.2.2.2; D.M. 9/1/96, par. 5.1]

Normalmente si definisce un unico valore caratteristico; per esempio, il peso proprio di un elemento può essere valutato in base alle sue dimensioni nominali ed al peso specifico medio del materiale.

Devono essere definiti due valori caratteristici distinti, uno superiore $G_{k,sup}$ ed uno inferiore $G_{k,inf}$, solo nel caso di azioni permanenti caratterizzate da un valore elevato del coefficiente di variazione o che sono suscettibili di variazione durante la vita della struttura (per esempio alcuni carichi permanenti addizionali).

Valori di calcolo delle azioni permanenti [Eurocodice 2, punto 2.3.2.3]

Normalmente si adotta un solo valore di calcolo delle azioni permanenti per tutte le parti della struttura (ad esempio in una trave continua il peso proprio e i carichi fissi sono moltiplicati per 1.4 in tutte le campate, anche quando si mettono i carichi variabili solo in alcune campate per massimizzare i momenti positivi o negativi).

Si considerano indipendenti la parte favorevole e quella sfavorevole delle azioni permanenti, utilizzando quindi valori di calcolo differenti, solo quando ciò è veramente rilevante (in particolare nel caso di verifiche di equilibrio statico).

Valori di calcolo delle azioni per verifiche agli stati limite di esercizio

Si definiscono tre combinazioni di carico:

combinazione rara	$F_d = G_k + P_k + Q_{k1} + \sum_{i=2}^n \psi_{0i} Q_{ki}$
combinazione frequente	$F_d = G_k + P_k + \psi_{11} Q_{k1} + \sum_{i=2}^n \psi_{2i} Q_{ki}$
combinazione quasi permanente	$F_d = G_k + P_k + \sum_{i=1}^n \psi_{2i} Q_{ki}$

Valori di calcolo delle proprietà dei materiali per verifiche agli stati limite ultimi

Il valore di calcolo X_d della proprietà di un materiale è generalmente definito come

$$X_d = \frac{X_k}{\gamma_M}$$

Il fattore di sicurezza parziale γ_M del materiale vale [Eurocodice 2, punto 2.3.3.2]

per il calcestruzzo (in opere in cemento armato ordinario)	1.6
per il calcestruzzo (in opere in cemento armato precompresso)	1.5
per l'acciaio	1.15

Valori di calcolo delle proprietà dei materiali per verifiche agli stati limite di esercizio

Si utilizza sempre il valore caratteristico della proprietà; ciò equivale a considerare come fattore di sicurezza parziale γ_M del materiale il valore 1

Metodi di analisi per verifiche agli stati limite ultimi

Con “metodo di analisi” si intende il modello col quale si determinano le caratteristiche di sollecitazioni nelle sezioni, che saranno poi oggetto di verifica. Indipendentemente dal fatto che nella verifica della sezione si utilizzino sempre leggi σ - ε del materiale non lineari, l'analisi può essere [Eurocodice 2, punto 2.5.3]

- lineare
- lineare con redistribuzione
- non lineare
- plastica

L'analisi non lineare con redistribuzione consiste nell'effettuare una analisi lineare e, per tutte le sezioni nelle quali il momento ottenuto dal calcolo è superiore a quello resistente, redistribuire questa eccedenza nel rispetto dell'equilibrio. Dovrebbe essere sempre verificata la capacità rotazionale plastica delle sezioni critiche; nel caso di travi continue o telai a nodi fissi è sufficiente un controllo della posizione dell'asse neutro

Le analisi non lineare e plastica richiedono l'assunzione di opportuni legami momento-curvatura delle sezioni, che tengano anche conto del contributo irrigidente dovuto alla parte di calcestruzzo teso non fessurata (tension stiffening)

Metodi di analisi per verifiche agli stati limite di esercizio

Le analisi sono in questo caso sempre basate sulla teoria elastica lineare; per gli elementi si assumerà una rigidità corrispondente a quella della sezione non fessurata

Schematizzazione della struttura

L'Eurocodice 2 nel punto 2.5.2 fornisce indicazioni circa la modellazione dei singoli elementi strutturali (trave, pilastro, trave parete, piastra, ecc.); indica inoltre come valutare la larghezza efficace delle ali nelle travi a T e la luce efficace di travi o piastre. Indicazioni sull'uso di modelli puntone-tirante per mensole tozze e per travi parete sono riportati nel punto 2.5.3.7

Materiali: proprietà

[Eurocodice 2, capitolo 3]

La classificazione dei materiali a livello europeo è diversa da quella adottata in Italia; ad esempio il calcestruzzo è individuato mediante una sigla, come C20/25, nella quale il primo numero indica la resistenza caratteristica cilindrica ed il secondo quella cubica. Il calcestruzzo C20/25 equivale quindi sostanzialmente al calcestruzzo italiano di classe $R_{ck} = 25 \text{ N mm}^{-2}$. Il capitolo 3 riporta formule per il calcolo del modulo elastico e della resistenza a trazione del calcestruzzo in funzione della resistenza a compressione, analoghe ma non coincidenti con quelle previste dal D.M. 9/1/96. Il documento di applicazione nazionale italiano impone di seguire le indicazioni sui materiali contenuti nel D.M. 9/1/96. Il capitolo 3 dell'Eurocodice 2 non può quindi essere utilizzato in Italia.

Materiali: dati di progetto

[Eurocodice 2, punto 4.2]

In questo punto sono definite le leggi costitutive dei materiali.

Calcestruzzo

Per le analisi strutturali non lineare o plastica, l'Eurocodice 2 suggerisce di utilizzare la seguente legge

$$\sigma_c = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} f_c$$

con

$$\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}$$

$$\varepsilon_{c1} = 0.0022$$

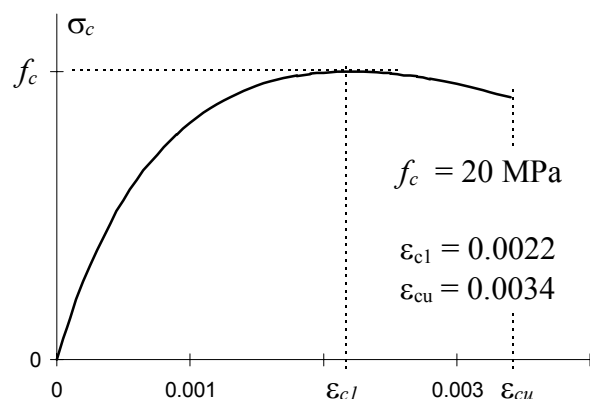
$$\varepsilon_{cu} = 0.037 - 0.0008 \frac{f_{cm} - 15}{40}$$

$$k = \frac{E_{c0} \varepsilon_{c1}}{f_c}$$

$$E_{c0} \quad \text{modulo}$$

all'origine

tangente



Nella verifica allo stato limite ultimo delle sezioni trasversali è imposto l'uso di un diagramma tensioni-deformazioni convenzionale, costituito da un tratto parabolico ed uno costante; le deformazioni limite valgono

$$\varepsilon_{c1} = 0.0020$$

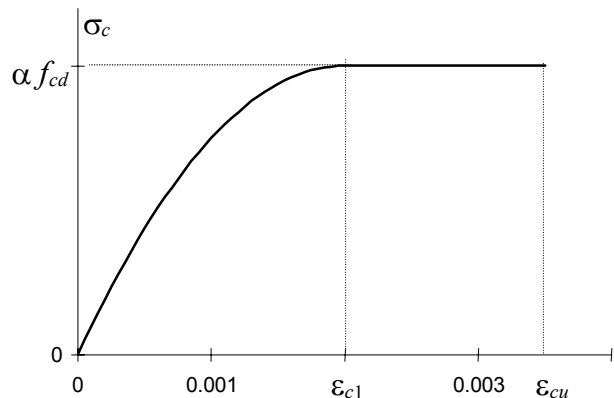
$$\varepsilon_{cu} = 0.0035$$

La tensione massima è pari ad αf_{cd} col coefficiente $\alpha=0.85$ che tiene conto dell'effetto dei carichi di lunga durata e con

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

L'equazione del tratto parabolico si scrive

$$\sigma_c = \eta (2 - \eta) \alpha f_{cd}$$



È consentito l'uso di diagrammi semplificati, quale quello bilineare (nel quale il tratto parabolico è sostituito da un tratto lineare che raggiunge il massimo per $\varepsilon_c = 0.00135$) oppure l'uso di una distribuzione di tensione costante (pari ad αf_{cd}) per un'altezza corrispondente all'80% della zona compressa.

Acciaio per armatura

Per le analisi strutturali l'Eurocodice 2 suggerisce di utilizzare una legge bilineare, elasto-plastica, col tratto superiore inclinato per tener conto dell'incrudimento del materiale.

Nella verifica delle sezioni trasversali il tratto superiore può essere ancora considerato inclinato, con limite di deformazione pari a 0.010, oppure orizzontale; in questo secondo caso il valore della deformazione massima dell'acciaio è praticamente irrilevante ai fini della resistenza; si potrebbe non imporre alcun limite ad essa, anche se ai fini pratici (nella implementazione numerica di programmi) può essere conveniente imporne uno (di solito il valore 0.010 già citato).

Acciaio per precompresso

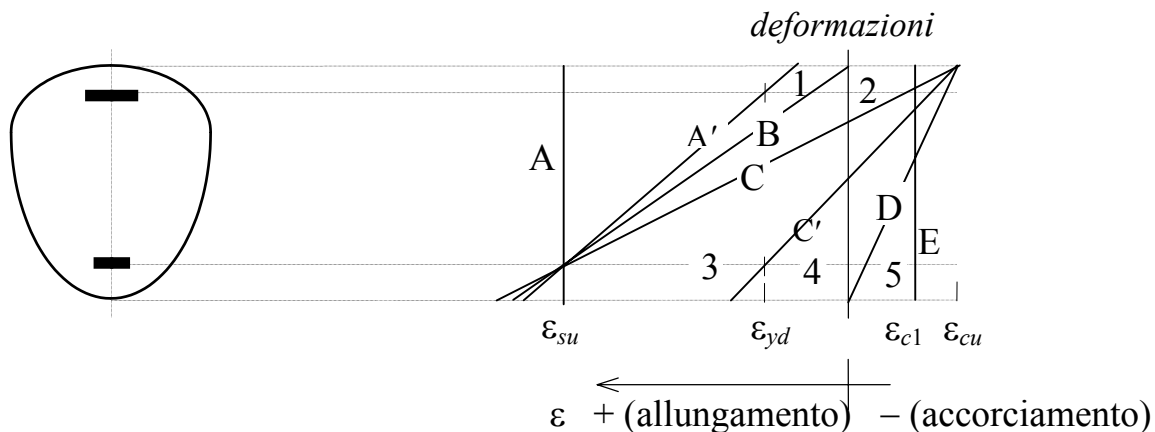
Si utilizza una legge sostanzialmente analoga a quella dell'acciaio per armatura, con l'unica differenza di usare $0.9 f_{pk}$ (90% del valore di resistenza a trazione) al posto di f_{yk} , (tensione di snervamento) dato che gli acciai per precompresso non presentano un chiaro valore di snervamento.

Stato limite ultimo per flessione composta

Si possono individuare diagrammi limite di deformazione, nei quali si raggiunge il valore ultimo della deformazione del calcestruzzo ε_{cu} o dell'acciaio ε_{su} ; hanno particolare importanza anche situazioni nelle quali si raggiunge la deformazione limite di snervamento ε_{yd} nell'acciaio.

- A) sezione tutta tesa, con deformazione pari a ε_{su} sia nell'armatura inferiore che in quella superiore;
 A') sezione tutta tesa, con deformazione pari a ε_{su} nell'armatura inferiore e ε_{yd} in quella superiore;
 B) sezione tutta tesa, con deformazione pari a ε_{su} nell'armatura inferiore e nulla al bordo superiore;
 C) sezione parzializzata, con deformazione pari a ε_{su} nell'armatura inferiore e ε_{cu} al bordo superiore;
 C') sezione parzializzata, con deformazione pari a ε_{yd} nell'armatura inferiore e ε_{cu} al bordo superiore;
 D) sezione tutta compressa, con deformazione nulla al bordo inferiore e ε_{cu} a quello superiore;
 E) sezione tutta compressa, con deformazione pari a ε_{c1} sia al bordo inferiore che a quello superiore.

Si noti che in caso di sezione uniformemente compressa il limite è stato posto pari a ε_{c1} anziché ε_{cu} ; ciò è dovuto al comportamento meno buono di una sezione uniformemente compressa rispetto ad una compressa solo in parte.



I diagrammi limite individuano i seguenti campi di comportamento:

- 1) compreso tra A e B: sezione tutta tesa, con deformazione pari a ε_{su} nell'armatura inferiore;
- 2) compreso tra B e C: sezione parzializzata, con deformazione pari a ε_{su} nell'armatura inferiore;
- 3) compreso tra C e C': sezione parzializzata, con deformazione pari a ε_{cu} al bordo superiore e deformazione compresa tra ε_{yd} e ε_{su} al bordo inferiore;
- 4) compreso tra C' e D: sezione parzializzata, con deformazione pari a ε_{cu} al bordo superiore e deformazione minore di ε_{yd} al bordo inferiore;
- 5) compreso tra D ed E: sezione tutta compressa, con deformazione pari a ε_{c1} in un punto opportunamente situato rispetto al bordo superiore.

La zona compresa tra A ed A' non rappresenta un campo significativo, perché in essa le armature sono sempre oltre il limite di snervamento e quindi soggette sempre alla stessa tensione.

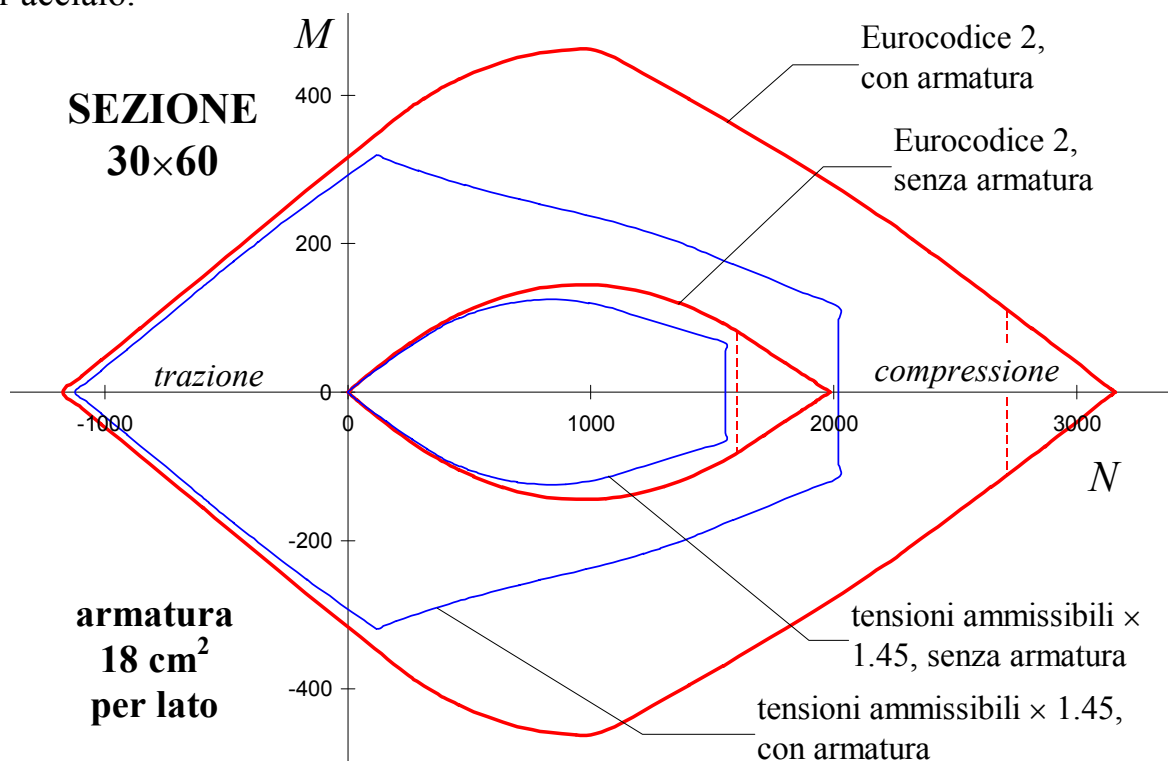
I diagrammi riportati si riferiscono ad una sezione compressa superiormente; analoghi diagrammi e campi possono essere tracciati per una sezione compressa inferiormente.

Flessione composta - confronto tra stato limite ultimo e tensioni ammissibili

Per ciascun diagramma di deformazione che porta al raggiungimento del valore ultimo della deformazione nel calcestruzzo o nell'acciaio si può calcolare la corrispondente coppia limite $M-N$. L'insieme di queste coppie definisce una curva (dominio limite), all'esterno del quale si trovano le coppie $M-N$ non accettabili. Questi domini, che consentono una valutazione immediata della capacità resistente della sezione, dipendono dalle caratteristiche del materiale, dalla sezione e dall'armatura presente.

Analoghi domini limite si possono determinare operando col metodo delle tensioni ammissibili. Volendo effettuare un confronto tra i due approcci, occorre però tenere presente che operando col metodo delle tensioni ammissibili si utilizzano i valori caratteristici dei carichi, mentre allo stato limite ultimo questi sono moltiplicati per il coefficiente γ (1.4 o 1.5 a seconda che il carico sia permanente o variabile). Per effettuare un confronto a titolo esemplificativo si può sovrapporre il dominio relativo alle tensioni ammissibili (incrementato di 1.45, valore medio tra 1.4 e 1.5) a quello valutato secondo le prescrizioni dell'Eurocodice 2.

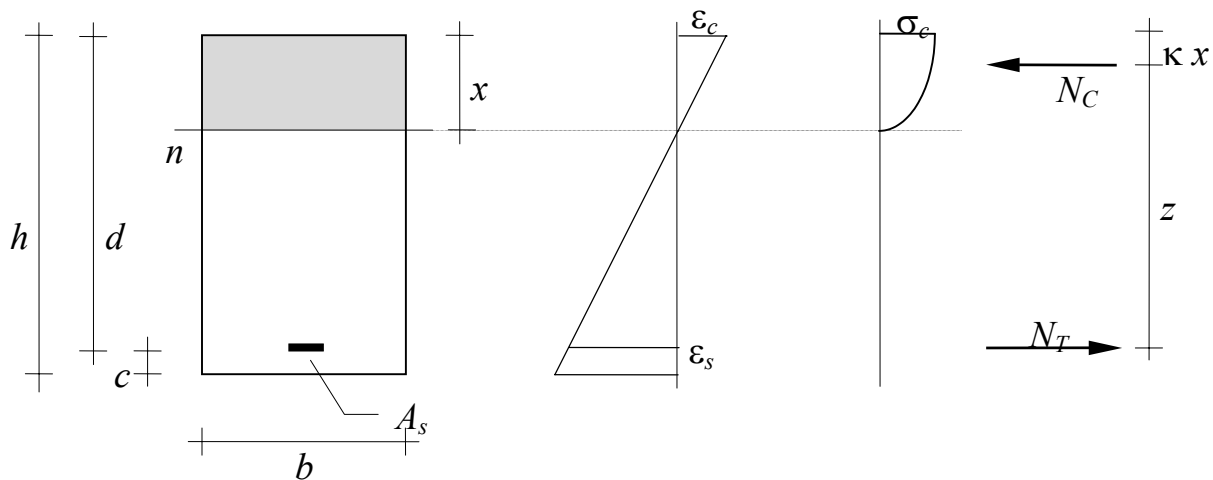
Si nota che in assenza di armatura i domini sono abbastanza prossimi l'un l'altro (tenendo presente anche che quello relativo alle tensioni ammissibili è troncato per alti valori di N per una prescrizione di normativa che impone un limite alla tensione media); includendo il contributo dell'armatura, si ha una buona concordanza per sforzi normali di trazione, mentre in caso di compressione la differenza è notevole. In buona parte ciò corrisponde al maggior contributo dell'armatura compressa, che allo stato limite ultimo raggiunge lo snervamento, così come quella tesa; alle tensioni ammissibili, invece, l'aderenza acciaio-calcestruzzo impedisce che l'acciaio superi tensioni pari a n (15) volte quella ammissibile per il calcestruzzo, ben più basse di quelle ammissibili per l'acciaio.



Stato limite ultimo per flessione semplice

Progetto di sezione rettangolare

Quando si progetta la sezione a semplice armatura si assumono come dati di partenza il momento flettente M e il diagramma limite di deformazioni; sono invece incognite le dimensioni della sezione b , h e l'armatura A_s .



Si consideri un qualsiasi diagramma limite di deformazioni, individuato dalla distanza x dell'asse neutro dal bordo superiore. La forza di compressione vale

$$N_C = -\alpha f_{cd} b x \beta$$

ed è applicata ad una distanza κx dal bordo compresso.

La condizione di equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura tesa si scrive

$$M = -N_C (d - \kappa x) = b d^2 \beta \xi (1 - \kappa \xi) \alpha f_{cd}$$

e ponendo $\frac{1}{r^2} = \beta \xi (1 - \kappa \xi) \alpha f_{cd}$ ovvero $r = \frac{1}{\sqrt{\beta \xi (1 - \kappa \xi) \alpha f_{cd}}}$ si ha

$$M = \frac{b d^2}{r^2} \quad \text{e} \quad d = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

Per conferire alla sezione una buona duttilità è opportuno assumere come diagramma di deformazioni di riferimento un diagramma appartenente al campo 2 o alla parte del campo 3 a questo più vicino. Utilizzando il diagramma C, per il quale è $\xi=0.259$, $\beta=0.810$, $\kappa=0.416$, per un calcestruzzo di classe $R_{ck} = 25$ MPa si ha

$$r = \frac{1}{\sqrt{0.810 \times 0.259 \times (1 - 0.416 \times 0.259) \times 11.02 \times 10^3}} = 0.0220$$

In maniera analoga, per sezione a doppia armatura si può giungere alla formula

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} \quad \text{nella quale il coefficiente } r' \text{ dipende dal rapporto } u \text{ tra armatura compressa ed armatura tesa}$$

Flessione semplice - confronto tra stato limite ultimo e tensioni ammissibili

Valori dei coefficienti r ed r' per stato limite ultimo

I valori dipendono sostanzialmente solo dal tipo di calcestruzzo e dalla percentuale u di armatura compressa; il rapporto γ tra copriferro ed altezza utile ha influenza (ma solo per sezioni molto basse), mentre il tipo di acciaio non interviene direttamente, perché il limite di deformazione ε_{su} è uguale per tutti gli acciai, ma può comportare solo modeste variazioni sulla tensione dell'armatura compressa ($\sigma'_s = s \sigma_s$).

Calcestruzzo	$R_{ck}=25$ MPa				$\alpha f_{cd}=11.02$ MPa				
Acciaio	FeB38k				FeB44k				
	$f_{yd}=326.1$ MPa				$f_{yd}=373.9$ MPa				
	$\xi=0.2593$				$\xi=0.2593$				
	$1-\kappa\xi=0.8921$				$1-\kappa\xi=0.8921$				
	$\gamma =$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.05	0.10	0.15	0.20
	$s =$	1.0000	1.0000	0.9318	0.5054	1.0000	1.0000	0.8126	0.4407
per $u = 0$	$r =$	0.0220				0.0220			
$u = 0.25$	$r' =$	0.0189	0.0190	0.0194	0.0207	0.0189	0.0190	0.0197	0.0209
$u = 0.50$	$r' =$	0.0153	0.0155	0.0163	0.0193	0.0153	0.0155	0.0171	0.0197

Valori dei coefficienti r ed r' per il metodo delle tensioni ammissibili

I valori dipendono dal tipo di calcestruzzo ed acciaio, dalla percentuale u di armatura compressa e dal rapporto γ tra copriferro ed altezza utile; quest'ultimo vale circa 0.05 nelle travi emergenti, 0.10 nei solai (che hanno altezza modesta ma per i quali si usa di solito un copriferro minore) e 0.15÷0.20 per le travi a spessore.

Calcestruzzo	$R_{ck}=25$ MPa				$\sigma_c^{\max} = -8.5$ MPa				$n=15$
Acciaio	FeB38k				FeB44k				
	$\sigma_s^{\max}=215$ MPa				$\sigma_s^{\max}=255$ MPa				
	$\xi=0.3723$				$\xi=0.3333$				
	$1-\kappa\xi=0.8759$				$1-\kappa\xi=0.8889$				
	$\gamma =$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.05	0.10	0.15	0.20
	$s =$	0.5134	0.4337	0.3541	0.2744	0.4250	0.3500	0.2750	0.2000
per $u = 0$	$r =$	0.0269				0.0282			
$u = 0.25$	$r' =$	0.0249	0.0253	0.0257	0.0260	0.0265	0.0269	0.0272	0.0275
$u = 0.50$	$r' =$	0.0229	0.0237	0.0244	0.0251	0.0248	0.0256	0.0263	0.0269
$u = 0.75$	$r' =$	0.0207	0.0220	0.0231	0.0242	0.0230	0.0242	0.0252	0.0262
$u = 1.00$	$r' =$	0.0183	0.0201	0.0217	0.0232	0.0211	0.0227	0.0241	0.0255

Considerazioni

Il coefficiente r da usare nel caso di stato limite ultimo è circa il 20% più piccolo di quello calcolato nel caso di tensioni ammissibili. Poiché nel primo caso il valore di calcolo del carico (e quindi del momento flettente) è maggiore di circa il 40-50% rispetto a quando si progetta col metodo delle tensioni ammissibili, il prodotto $r\sqrt{M}$ assume in entrambi i casi all'incirca lo stesso valore e quindi l'altezza d calcolata mediante la formula è sostanzialmente la stessa in entrambi i casi.

Il contributo dell'armatura compressa è invece circa doppio rispetto al caso delle tensioni ammissibili (nel senso che $u=0.50$ allo SLU equivale circa a $u=1.00$ alle TA). Ciò è dovuto al fatto che nel caso di stato limite ultimo l'armatura compressa lavora al massimo, o quasi ($s \cong 1$) mentre nel metodo delle tensioni ammissibili essa ha un tasso di lavoro molto più basso di quello ammissibile ($s = 0.3 \div 0.5$).

Si noti che nel caso dello stato limite ultimo non ha senso utilizzare in fase di progetto valori di r' corrispondenti ad u maggiore di 0.50, perché la diminuzione di altezza della sezione comporterebbe la necessità di una quantità di armatura tesa tale da non poter essere disposta nella sezione.

I valori proposti per il coefficiente r sono stati calcolati con riferimento a ben precisi diagrammi di tensione o deformazione.

Nel metodo delle tensioni ammissibili, si sono utilizzati come valori limite le tensioni ammissibili $\bar{\sigma}_c$ e $\bar{\sigma}_s$. Se si usa come limite per l'acciaio una tensione minore di $\bar{\sigma}_s$ la parte compressa aumenta e l'altezza necessaria diminuisce. La riduzione di tensione rende però necessaria una quantità di armatura maggiore (perché occorre ottenere lo stesso N_T , anzi un valore maggiore a causa della riduzione del braccio della coppia interna), sproporzionata al vantaggio che potrebbe comportare la riduzione di sezione. Ad esempio, dimezzando la tensione di lavoro dell'armatura (e raddoppiando l'area di ferro teso) si può ridurre l'altezza solo del 15%. Volendo diminuire l'altezza, è sicuramente più conveniente aggiungere armatura in compressione, ma anche questo non è troppo vantaggioso se si pensa che per $u=1$, cioè con uguale armatura in compressione e in trazione, si può avere una riduzione dell'altezza di circa il 30% (ma con un'armatura totale quasi triplicata, se si tiene conto anche dell'effetto della riduzione dell'altezza). I margini di manovra del progettista sono quindi alquanto limitati.

Nel caso dello stato limite ultimo, si è mirato a raggiungere contemporaneamente le deformazioni limite di acciaio e calcestruzzo. In questo caso, se si riduce la deformazione dell'armatura tesa, la sua tensione di lavoro non cambia (almeno fin quando non si scende al di sotto del limite di snervamento) mentre cresce, anche notevolmente, il contributo del calcestruzzo compresso. Se si raddoppia l'area di ferro teso il momento resistente cresce, a parità di sezione, dell'80% ovvero si può ridurre di oltre il 30% l'altezza necessaria. Pensando solo all'aspetto economico, sembrerebbe quindi conveniente realizzare sezioni più basse e molto armate; ciò comporta però una riduzione della duttilità e quindi una economia solo apparente, perché il prodotto sarebbe di qualità inferiore. Il contributo dell'armatura compressa, anche se in apparenza leggermente meno rilevante di quello dell'armatura tesa, è invece molto maggiore che nel caso delle tensioni ammissibili (circa il doppio) ed ha il vantaggio di non ridurre la duttilità.

Stato limite ultimo per taglio

L'Eurocodice 2 definisce tre valori limite per il taglio V

- V_{rd1} resistenza a taglio di una sezione in elementi strutturali privi di armatura a taglio
- V_{rd2} massimo taglio che può essere sopportato senza rottura per schiacciamento dell'anima
- V_{rd3} resistenza a taglio di una sezione in elementi strutturali con armatura a taglio

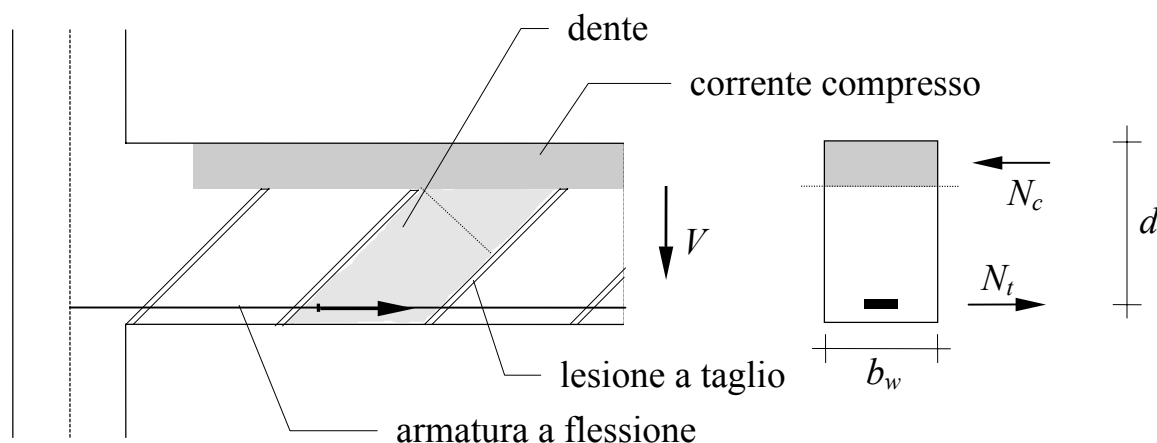
Questi limiti corrispondono alle tre verifiche da effettuare nel metodo delle tensioni ammissibili

- $\tau < \tau_{c0}$ per controllare se le tensioni nel calcestruzzo sono molto basse e quindi è possibile non calcolare espressamente l'armatura a taglio
- $\tau < \tau_{c1}$ per controllare se la sezione è accettabile, cioè se il calcestruzzo è in grado di sopportare le sollecitazioni indotte dal taglio
- $\sigma < \bar{\sigma}_s$ per l'armatura a taglio, per controllare se questa è sufficiente

Nel caso del taglio, i risultati ottenuti nelle verifiche alle tensioni ammissibili possono essere anche notevolmente differenti da quelli dello stato limite ultimo, a causa della differenza tra i modelli usati nei due casi; si può ritenere che il metodo degli stati limite ultimi sia più rispondente al reale comportamento delle strutture, mentre le formulazioni usate nel metodo delle tensioni ammissibili sono in genere (ma non sempre) più cautelative.

Resistenza a taglio in assenza di armatura

Viene valutata col cosiddetto “modello a pettine” nel quale, partendo dall'osservazione delle lesioni indotte dal taglio si individuano delle mensole (i “denti” del pettine). La variazione di tensione nell'armatura tesa, dovuta alla variazione di momento flettente e quindi al taglio, esercita sul dente una forza che provoca in esso una sollecitazione di pressoflessione. La crisi del dente si ha quando la tensione nell'estremo teso raggiunge la tensione di rottura del calcestruzzo per trazione f_{ctk} .



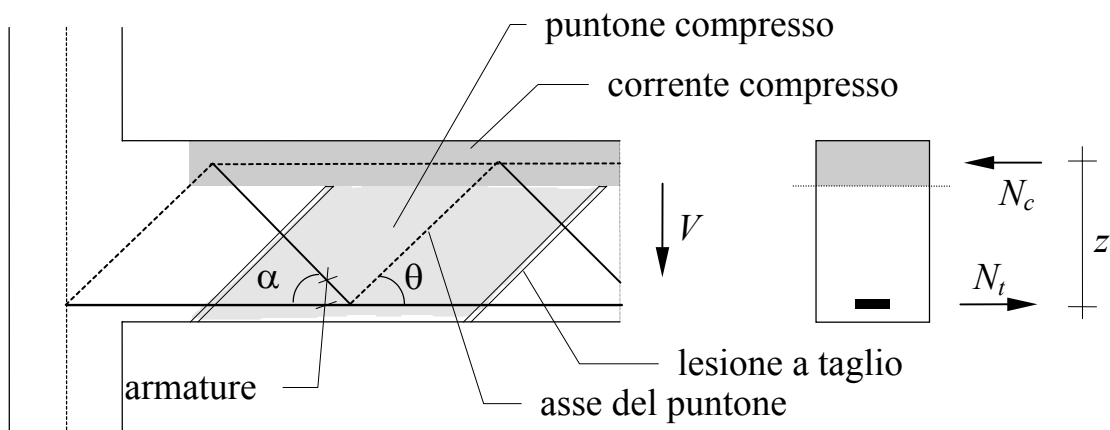
La formula fornita dall'Eurocodice 2 è $V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40\rho_l) b_w d$

In essa il termine $\tau_{Rd} b_w d$, con $\tau_{Rd} = \frac{0.25 f_{ctk 0.05}}{\gamma_c}$, è ottenuto dal modello a pettine, mentre i fattori correttivi k e $1.2 + 40\rho_l$ corrispondono ad ulteriori contributi, quale l'ingranamento degli inerti tra le facce opposte della lesione ed il cosiddetto "effetto bietta" dell'armatura a flessione.

In caso di pressoflessione nella formula è presente un ulteriore termine, necessario per tenere conto del fatto che se lo sforzo è di compressione la dimensione del corrente compresso cresce e si riduce l'altezza del dente (e quindi il suo stato tensionale).

Resistenza a taglio in presenza di armatura

Viene valutata con un modello di traliccio che costituisce una generalizzazione di quello proposto intorno al 1920 da M★rsch, utilizzato nel metodo delle tensioni ammissibili.



Le generalizzazioni possibili sono due: metodo normale e metodo dell'inclinazione variabile del traliccio.

Il taglio che porta allo schiacciamento dell'anima è fornito dall'espressione

$$V_{Rd2} = \frac{b_w z v f_{cd} (\cot\theta + \cot\alpha)}{1 + \cot^2\theta}$$

nella quale θ è l'inclinazione del puntone compresso (45° nel metodo normale), α è l'inclinazione dell'armatura a taglio (90° nel caso di staffe), $v f_{cd}$ rappresenta la tensione massima ammessa nel puntone.

La resistenza a taglio dell'armatura nel metodo normale è ottenuta sommando al contributo dell'armatura V_{wd} , valutato secondo il classico modello di M★rsch, il contributo V_{cd} dovuto alla resistenza del dente, assunto pari a V_{Rd1} .

Nel metodo dell'inclinazione variabile del traliccio si considera invece un'inclinazione θ diversa da 45° , che porta a ridurre V_{Rd2} ed aumentare V_{Rd3} , che vale

$$V_{Rd3} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yd} (\cot\theta + \cot\alpha) \text{sen}\alpha$$

Taglio - confronto tra stato limite ultimo e tensioni ammissibili

Si considerano a titolo di esempio due casi rappresentativi di situazioni che possono riscontrarsi in edifici: una sezione di trave a spessore 80×24 ed una emergente 30×60, con copriferro di 3 cm; le sezioni hanno un'area sostanzialmente coincidente.

Resistenza in assenza di armatura.

Ipotizzando un'armatura tesa per flessione pari a 4Ø20 e quindi $\rho_l \cong 0.075$ si ha

$$\text{trave a spessore} \quad V_{rd1} = 87 \text{ kN}$$

$$\text{trave emergente} \quad V_{rd1} = 65 \text{ kN}$$

la differenza tra le due sezioni è dovuta solo al termine k (ingranamento degli inerti).

Operando alle tensioni ammissibili, si raggiunge il valore τ_{c0} per un taglio $V \cong 80$ kN, al quale corrisponderebbe nel caso di stato limite ultimo il valore $80 \times 1.45 = 116$ kN.

È evidente che la resistenza fornita dal modello a pettine è molto più bassa di quella corrispondente al raggiungimento della τ_{c0} , in particolare per le sezioni di maggiore altezza.

Resistenza della sezione in presenza di armatura a taglio.

Considerando un'armatura a taglio costituita da sole staffe ($\alpha=90^\circ$) e $\theta=45^\circ$ si ha

$$\text{trave a spessore} \quad V_{rd2} = 497 \text{ kN}$$

$$\text{trave emergente} \quad V_{rd2} = 506 \text{ kN}$$

in presenza di sagomati anziché staffe la resistenza sarebbe ancora maggiore.

Operando alle tensioni ammissibili, si raggiunge il valore τ_{c1} per un taglio $V \cong 260$ kN, al quale corrisponderebbe nel caso di stato limite ultimo il valore $260 \times 1.45 = 377$ kN.

È evidente che la resistenza valutata allo stato limite ultimo è molto maggiore di quella corrispondente al raggiungimento della τ_{c1} .

Resistenza dell'armatura a taglio.

Considerando due diverse quantità di staffe (Ø8/10 e Ø8/20, a due bracci, di acciaio FeB38k) si ha

$$\text{trave a spessore, } \text{Ø}8/10 \quad V_{rd3} = 123.2 \text{ kN}$$

$$\text{trave a spessore, } \text{Ø}8/20 \quad V_{rd3} = 61.6 \text{ kN}$$

$$\text{trave emergente, } \text{Ø}8/10 \quad V_{rd3} = 323.2 \text{ kN} \quad \text{o} \quad 334.4 \text{ kN}$$

$$\text{trave emergente, } \text{Ø}8/10 \quad V_{rd3} = 148.6 \text{ kN} \quad \text{o} \quad 167.2 \text{ kN}$$

con valori leggermente diversi nel caso di travi emergenti a seconda del metodo usato.

Operando alle tensioni ammissibili si ha invece come taglio per il quale si raggiunge la tensione ammissibile nell'armatura

$$\text{trave a spessore, } \text{Ø}8/10 \quad V_{max} = 40.6 \text{ kN} \quad \times 1.45 = 58.9 \text{ kN}$$

$$\text{trave a spessore, } \text{Ø}8/20 \quad V_{max} = 20.3 \text{ kN} \quad \times 1.45 = 29.5 \text{ kN}$$

$$\text{trave emergente, } \text{Ø}8/10 \quad V_{max} = 110.3 \text{ kN} \quad \times 1.45 = 159.9 \text{ kN}$$

$$\text{trave emergente, } \text{Ø}8/20 \quad V_{max} = 55.1 \text{ kN} \quad \times 1.45 = 80.0 \text{ kN.}$$

È evidente quanto il metodo delle tensioni ammissibili sottovaluti la resistenza dell'armatura.

Stato limite ultimo per torsione

L'Eurocodice 2 definisce due valori limite per il momento torcente T

T_{rd1} massimo momento torcente che può essere sopportato senza rottura per schiacciamento delle bielle compresse

T_{rd2} massimo momento torcente sopportato dall'armatura a torsione

Questi limiti corrispondono a due delle verifiche da effettuare nel metodo delle tensioni ammissibili

$\tau < \tau_{cl}$ per controllare se la sezione è accettabile, cioè se il calcestruzzo è in grado di sopportare le sollecitazioni indotte dal momento torcente

$\sigma < \bar{\sigma}_s$ per l'armatura a torsione, per controllare se questa è sufficiente

È invece sempre necessario calcolare l'armatura per torsione e non vi è quindi un corrispettivo del controllo $\tau < \tau_{c0}$. Si noti però che l'Eurocodice 2 precisa che non è necessario considerare la torsione allo stato limite ultimo quando essa nasce in strutture iperstatiche solo per esigenze di congruenza.

Il modello che si utilizza per valutare la resistenza sia delle bielle compresse che dell'armatura è quello di traliccio spaziale già usato (per l'armatura) nel metodo delle tensioni ammissibili; unica variante è la possibilità di considerare un'inclinazione θ delle bielle compresse diversa da 45° .

Il momento torcente che porta allo schiacciamento delle bielle compresse vale

$$T_{Rd1} = \frac{2 v f_{cd} t A_k}{\cot\theta + \tan\theta}$$

dove A_k è l'area compresa all'interno della linea media della sezione trasversale a pareti sottili (cioè in pratica racchiusa dall'armatura a torsione), t è lo spessore equivalente (pari al rapporto tra area e perimetro della sezione geometrica) o lo spessore reale nel caso di sezioni cave, $v f_{cd}$ rappresenta la tensione massima ammessa nel puntone.

Il momento resistente sopportabile dall'armatura è dato dall'espressione

$$T_{Rd2} = 2 A_k \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} \cot\theta$$

essendo A_{sw}/s la staffatura presente e purché vi sia una equivalente quantità di armatura longitudinale.

La formula utilizzata nel metodo delle tensioni ammissibili per verificare la sezione è basata sul calcolo delle τ con le formule della Scienza delle costruzioni e con riferimento alla sezione geometrica. Il risultato non è quindi immediatamente confrontabile con quanto calcolato allo stato limite ultimo.

La formula relativa all'armatura è invece identica a quella adottata nel metodo delle tensioni ammissibili (per $\theta=45^\circ$ e a parte la sostituzione di $\bar{\sigma}_s$ con f_{yd}); poiché il rapporto tra le tensioni f_{yd} e $\bar{\sigma}_s$ è circa 1.5, quindi quasi lo stesso del rapporto tra i carichi, le armature calcolate con i due metodi sono praticamente le stesse.

Stato limite delle tensioni di esercizio

In presenza dei carichi di esercizio, tensioni di compressione elevate nel calcestruzzo possono favorire la formazione di fessure longitudinali e determinare microfessurazioni nel calcestruzzo o livelli di viscosità maggiori di quelli previsti. Elevate tensioni nell'acciaio possono condurre a fessure ampie e permanentemente aperte.

Per questo motivo vengono imposti limiti alle tensioni; i valori massimi che si riportano di seguito sono indicati dal documento di applicazione nazionale italiano e sono abbastanza diversi da quelli originariamente proposti dall'Eurocodice 2.

Limiti alle tensioni di compressione in strutture esposte in ambienti marini o ambienti umidi con gelo e impiego di sali di disgelo:

per combinazione di carico rara	$0.50 f_{ck}$
per combinazione di carico quasi permanente	$0.40 f_{ck}$

Limiti alle tensioni di compressione in strutture esposte in ambienti secchi o umidi (non salini):

per combinazione di carico rara	$0.60 f_{ck}$
per combinazione di carico quasi permanente	$0.45 f_{ck}$

Limiti alle tensioni di trazione nell'acciaio:

per combinazione di carico rara	$0.70 f_{yk}$
---------------------------------	---------------

Le tensioni devono essere calcolate utilizzando un modello di comportamento lineare per i materiali, cioè operando come si fa per il metodo delle tensioni ammissibili, considerando la sezione fessurata con calcestruzzo elastico in compressione ma non resistente a trazione ed omogeneizzando l'armatura mediante il coefficiente $n = E_s / E_c$. Per questo viene prescritto il valore convenzionale $n=15$ per tenere conto degli effetti viscosi a lungo termine.

La versione originaria dell'Eurocodice 2 precisa che i limiti di tensione prescritti possono in genere essere considerati soddisfatti senza ulteriori calcoli se si sono rispettate tutte le prescrizioni relative ai minimi di armatura ed alla disposizione delle barre e se nell'analisi allo stato limite ultimo è stata considerata una redistribuzione non maggiore del 30%.

Il documento di applicazione nazionale italiano ha reso ben più gravose le limitazioni e per questo motivo la verifica può non risultare soddisfatta. In particolare diventa molto difficile fare redistribuzioni di una certa entità o analisi non lineari; finché ci si limita ad analisi lineari senza redistribuzioni l'esito positivo della verifica può invece considerarsi quasi certamente scontato.

Stato limite di fessurazione

La fessurazione è quasi inevitabile in strutture in cemento armato; essa deve però essere limitata ad un livello tale da non pregiudicare il corretto funzionamento e la durabilità della struttura e da non renderne inaccettabile l'aspetto

Secondo l'Eurocodice 2, i limiti appropriati di apertura delle fessure vanno di regola concordati col committente; in assenza di requisiti specifici si può ritenere accettabile (ai fini dell'aspetto e della durabilità) un'ampiezza di calcolo delle fessure pari a 0.3 mm sotto la combinazione di carico quasi permanente.

L'Eurocodice 2 sottolinea però che il modo migliore per limitare l'ampiezza delle fessure consiste innanzitutto nel disporre nelle zone tese una quantità di armatura adeguata, per evitare che essa si snervi appena si innesca la fessura. In secondo luogo, questa armatura deve essere realizzata con barre di diametro non eccessivo e disposte ad una distanza non troppo alta. Se si rispettano questi criteri, si può in genere ritenere che l'ampiezza delle fessure sia accettabile e non calcolarla espressamente.

La quantità minima di armatura necessaria è pari a

$$A_s = \frac{k_c k f_{ct,eff} A_{ct}}{\sigma_s}$$

cioè, sostanzialmente, al rapporto tra la forza di trazione assorbita dal calcestruzzo teso e la tensione ammessa nell'armatura dopo il formarsi della fessura. Infatti $f_{ct,eff}$ è la resistenza a trazione del calcestruzzo al momento della fessurazione (3 MPa in mancanza di dati più precisi), A_{ct} l'area di calcestruzzo teso, k_c un coefficiente che tiene conto del tipo di distribuzione delle tensioni di trazione ($k_c=1$ per trazione pura, $k_c=0.4$ per flessione), k un coefficiente che tiene conto degli effetti di tensioni auto-equilibrate non uniformi; σ_s può essere assunto pari a $0.9 f_{yk}$. Si noti che nel caso di travi inflesse il valore così ottenuto è comparabile con l'armatura minima prescritta sia dall'Eurocodice 2 (punto 5.4.2) che dalla normativa italiana, che è lo 0.15 % dell'area totale della sezione.

I limiti superiori al diametro ed alla spaziatura delle barre sono legati alla tensione di lavoro dell'armatura longitudinale, valutata per sezione fessurata in corrispondenza dei carichi quasi permanenti. Si ha così ad esempio

tensione nell'acciaio	diametro massimo	spaziatura massima	
		per flessione	per trazione
200 MPa	25 mm	250 mm	150 mm
240 MPa	20 mm	200 mm	125 mm
280 MPa	16 mm	150 mm	75 mm

il valore sopra indicato per il diametro massimo può essere incrementato del rapporto $\frac{h}{10c}$ (essendo h l'altezza della sezione e c il copriferro) se questo è maggiore di 1.

Analoghi limiti massimi sono prescritti per il passo delle staffe, per limitare la fessurazione da taglio.

Qualora sia necessario effettuare il calcolo, il valore caratteristico dell'ampiezza delle fessure è valutabile mediante l'espressione

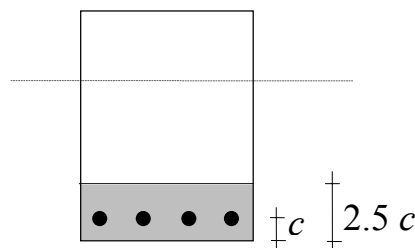
$$w_k = \beta s_{rm} \varepsilon_{sm}$$

nella quale il coefficiente β consente di valutare il valore caratteristico a partire dal valore medio e vale 1.7 (se la fessurazione è indotta dai carichi o se la dimensione minima della sezione è maggiore di 800 mm) oppure 1.3 (in tutti gli altri casi); s_{rm} è la distanza media tra le lesioni; ε_{sm} è la deformazione media dell'acciaio nel tratto compreso tra due fessure.

La distanza media tra le lesioni, in mm, è fornita dall'espressione

$$s_{rm} = 50 + \frac{0.25 k_1 k_2 \phi}{\rho_r}$$

ricavata da dati sperimentali. In essa k_1 tiene conto dell'aderenza delle barre (0.8 per barre ad aderenza migliorata), k_2 della forma del diagramma delle deformazioni (0.5 per flessione, 1 per trazione pura), ϕ è il diametro medio delle barre, ρ_r è il rapporto tra area di armatura tesa ed area di calcestruzzo che la racchiude (valutata considerando un'altezza pari a 2.5 volte la distanza tra baricentro dell'armatura e bordo teso).



La deformazione dell'acciaio teso, in un modello teorico di calcestruzzo non resistente a trazione sarebbe semplicemente pari al rapporto tra tensione σ_s e modulo elastico E_s . In realtà il calcestruzzo compreso tra due fessure può sopportare una certa tensione di trazione (inferiore al valore di rottura per trazione) e ciò comporta una riduzione della tensione (e deformazione) media dell'armatura nel tratto; questo fenomeno è detto in inglese *tension stiffening*, cioè irrigidimento grazie alla capacità del calcestruzzo di resistere a trazione. La deformazione media si valuta quindi con l'espressione

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left(1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right)$$

In essa β_1 tiene conto delle proprietà di aderenza delle barre (1 per barre ad aderenza migliorata), β_2 della durata del carico (1 per singolo carico di breve durata, 0.5 per carico di lunga durata o carichi ripetuti). Le tensioni σ_s e σ_{sr} sono le tensioni nell'acciaio, calcolate per sezione fessurata e provocate rispettivamente dal carico di verifica e dal carico che provoca la prima fessurazione; data la linearità del modello tensione-deformazioni, il loro rapporto è pari al rapporto tra i valori di verifica e di fessurazione del carico (o delle caratteristiche di sollecitazione).